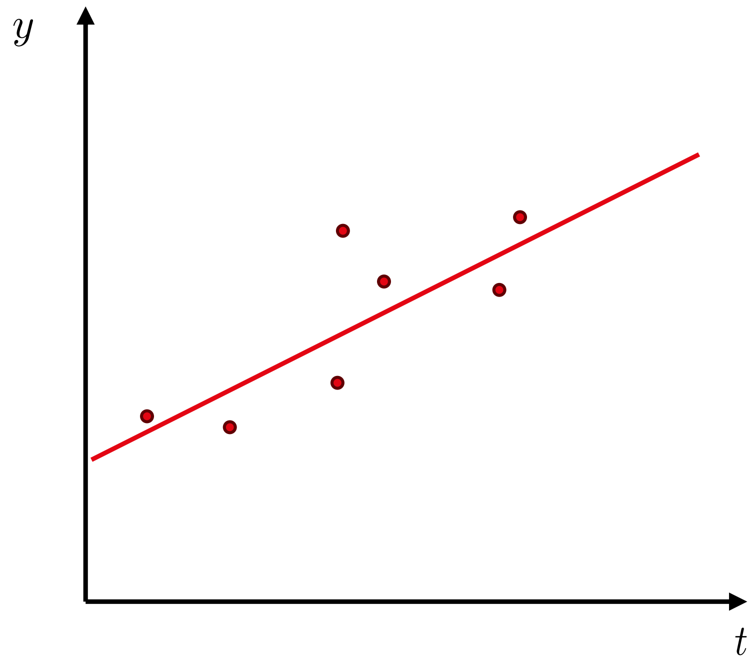
Pourquoi combiné ?

- Exemple de régression linéaire
  - Nous savon compenser (ajuster) par *t* parfait
  - Comment ?
  - Dans le « jargon ME »

$$y_i = a + b \cdot t_i \implies \ell_i - v_i = x_1 + x_2 \cdot t_i$$
$$\implies \ell - \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

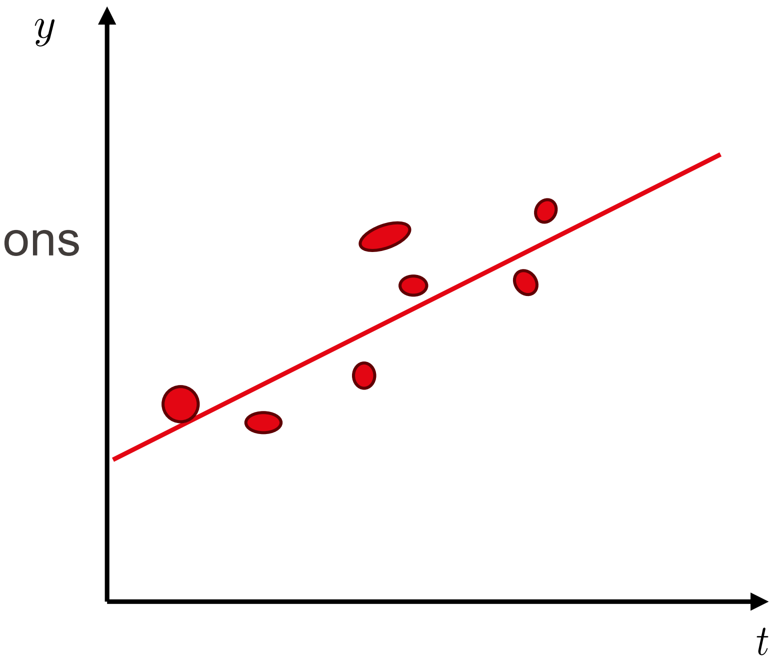


  - en détail :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^T\mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A} \cdot \ell$$

  - on peut faire de la même façon si *y* est parfait et *t* est observé ...

Pourquoi combiné ?



- Nouveau:
  - Nous savon les résidus dans les deux directions

$$(y_i - v_{y_i}) = a + b \cdot (t_i - v_{t_i})$$

  - Comment procéder ?

1. Compensation conditionnelle
   - éliminer les paramètres

$$(a,\, b) \longrightarrow r = (n-2) \text{ conditions}$$

2. Compensation paramétrique
   - p. ex.

$$\begin{aligned} t_i - v_{t_i} &= T_i & &\longrightarrow n \text{ eq. avec } n \times T \text{ par.} \\ y_i - v_{y_i} &= a + b \cdot T_i & &\longrightarrow n \text{ eq. avec } (n \times T + 2) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{ll} N = & 2n \\ U = & n+2 \\ r = & N - U = 2n - n - 2 = n - 2 \end{array} \right.$$

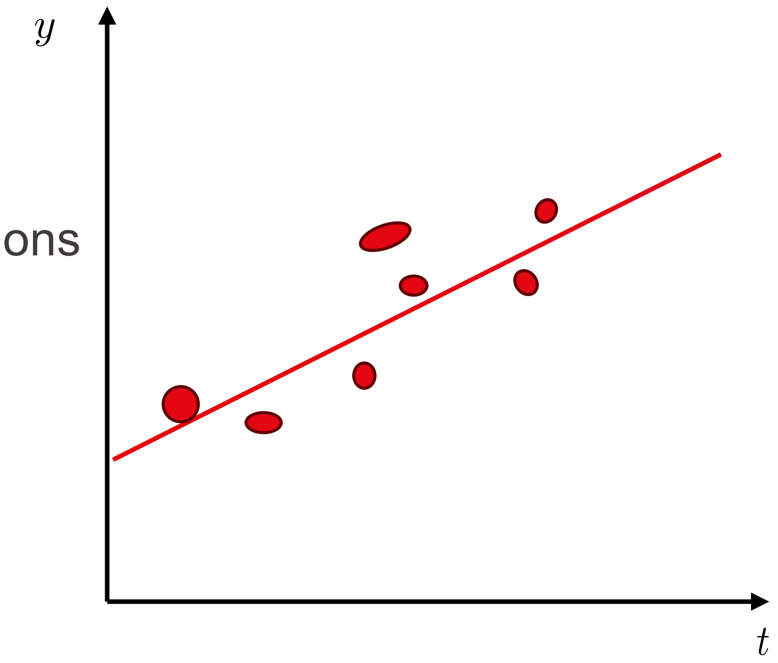
   - surdétermination ne change pas!

Pourquoi combiné ?

- Nouveau:
  - Nous savon les résidus dans les deux directions

$$(y_i - v_{y_i}) = a + b \cdot (t_i - v_{t_i})$$

  - Comment procéder ?



3. Compensation <u>combinée</u>

$$f\left(\ell - \mathbf{v}, \mathring{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x}\right) = 0$$

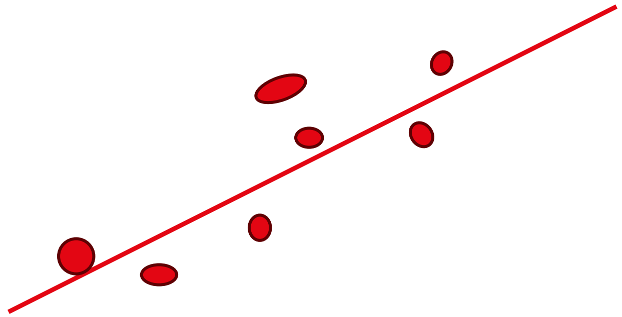
$$(y_i - v_{y_i}) - [a + b \cdot (t_i - v_{t_i})] = 0$$

  - on linéarise

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f()}{\partial \mathbf{x}} \longrightarrow m\,(\text{conditions}) \times u\,(\text{param.})$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial f()}{\partial \ell} \longrightarrow m\,(\text{conditions}) \times n\,(\text{obs.})$$

Compensation combinée



- Modèle
  - générale (idéal) $f\left(\ell - \mathbf{v}, \mathring{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x}\right) = 0$
  - linéarisé $\mathbf{Bv} - \mathbf{A}\delta\mathbf{x} - \mathbf{w} = 0$
  - Lagrange $\Omega = \mathbf{v}^T\mathbf{Pv} - 2\mathbf{k}\left(\mathbf{Bv} - \mathbf{A}\delta\mathbf{x} - \mathbf{w}\right) \to \min.$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{v}} = \quad \cdots = \quad 0$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{x}} = \quad \cdots = \quad 0$$

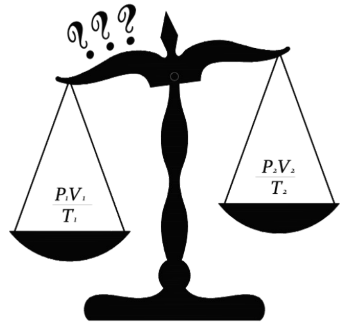
$$\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{k}} = \quad \cdots = \quad 0$$

  - solution

$$\delta\hat{\mathbf{x}} = -\left[\mathbf{A}^T \underbrace{\left(\mathbf{BQ}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T\right)^{-1}}_{\mathbf{P}^*} \mathbf{A}\right]^{-1} \mathbf{A}^T \underbrace{\left(\mathbf{BQ}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T\right)^{-1}}_{\mathbf{P}^*} \cdot \mathbf{w}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}} = \ldots$$

Compensation combinée – gaz parfait



- Modèle
  - générale (idéal) $f\left(\ell-\mathbf{v}, \mathring{\mathbf{x}}+\delta\mathbf{x}\right)=0$
  - Gaz parfait $f_i(\ell, x):\ \frac{P_iV_i}{T_i}-\mathring{c}=w_i$

$$f_i(\ell, x):\ P_iV_i-\mathring{c}\cdot T_i\ -w_i=0$$

  - linéarisé $\mathbf{Bv}-\mathbf{A}\delta\mathbf{x}-\mathbf{w}=0$

$$\mathbf{B}_{i,\ldots}:\ \frac{\partial f_i}{\partial P_i},\quad \frac{\partial f_i}{\partial V_i},\quad \frac{\partial f_i}{\partial T_i}$$

$$\mathbf{A}_{i,1}:\ \frac{\partial f_i}{\partial c}$$

  - Algorithme
    - p. 2 d'énoncé (utilisation des matrices auxiliaires)

$$\mathbf{Q}_{\hat{v}\hat{v}}=\mathbf{S}\cdot\left(\underbrace{\mathbf{BQ}_{\ell\ell}\mathbf{B}^T}_{\text{cond. classique}}-\underbrace{\mathbf{AQ}_{\hat{x}\hat{x}}\mathbf{A}^T}_{\text{apport des paramètres}}\right)\cdot\mathbf{S}^T$$